

Geladenes Teilchen im elektro-magnetischen Feld

Newton II Projektinfo

1 Physikalischer Hintergrund

Mit dieser Simulation wollen wir die Bahnkurve eines (positiv) geladenen Teilchens unter Einfluss homogener elektro-magnetischer Felder erkunden.

Die Kraft auf ein geladenes Teilchen mit Ladung q in einem homogenen elektrischen Feld ist bei bekannter Feldstärke \vec{E} gegeben durch:

$$\vec{F}_{el} = \vec{E} \cdot q \quad (1)$$

Dies ist die Definition der elektrischen Feldstärke, bzw. allgemein die Definition von Feldstärke. Im Schwerfeld der Erde gilt etwa analog:

$$\vec{F}_g = \vec{g} \cdot m \quad (2)$$

Die Beschreibung der Kraft auf ein geladenes Teilchen im magnetischen Feld ist etwas komplizierter. Der fundamentale Unterschied zwischen der elektrischen und der magnetischen Wirkung auf ein geladenes Teilchen ist, dass letztere nur auftritt, wenn sich das geladene Teilchen bewegt. Diese sogenannte Lorentzkraft ist gegeben durch:

$$\vec{F}_{mag} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (3)$$

Die Ladung des Teilchens wird wieder mit q bezeichnet, der Vektor \vec{v} ist die Geschwindigkeit des Teilchens und \vec{B} das externe magnetische Feld. Das Symbol zwischen \vec{v} und \vec{B} ist das äußere Produkt zwischen \vec{v} und \vec{B} (auch Kreuzprodukt genannt). Hierbei ist das Konzept der Rechten-Hand-Regel von fundamentaler Bedeutung. Man strecke den Daumen der rechten Hand in \vec{v} Richtung, den Zeigefinger in B-Feldrichtung und den Mittelfinger so, dass jeweils zwischen den einzelnen Fingern ein 90° Winkel gebildet wird. Dann zeigt der Mittelfinger in Richtung der Kraft auf die positive Ladung. Für negative Ladungen funktioniert das analog, dann aber mit der linken Hand. Der Betrag der Lorentzkraft lässt sich berechnen, wenn man das Kreuzprodukt wie folgend umschreibt:

$$F_{mag} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\alpha) \quad (4)$$

Der Winkel α ist hierbei der Winkel zwischen den Vektoren \vec{v} und \vec{B} . Nun sieht man auch, dass die Lorentzkraft am größten ist, wenn sich das Teilchen senkrecht zum \vec{B} – Feld bewegt und

gleich Null, wenn sich die Ladung entlang der Feldlinien bewegt.
Führt man das Kreuzprodukt in Gleichung (3) aus, so erhält man:

$$\vec{F}_{mag} = q \cdot \begin{pmatrix} v_y \cdot B_z - v_z \cdot B_y \\ v_z \cdot B_x - v_x \cdot B_z \\ v_x \cdot B_y - v_y \cdot B_x \end{pmatrix} \quad (5)$$

Kombiniert man diesen Vektor nun noch mit der jeweils wirkenden elektrischen Kraft, so erhält man in Komponenten zerlegt die benötigten Simulationsgleichungen.

2 Simulation

Es wird die Gesamtkraft auf das geladene Teilchen in Komponenten zerlegt in das Simulationsfenster eingetragen. Die Ladung und Masse werden vereinfacht auf 1 gesetzt. Zusätzlich werden Schieberegler für die elektro-magnetischen-Felder in sämtliche Raumrichtungen hinzugefügt. Das Diagramm rechts im Simulationsfenster zeigt diesmal nicht eine 2-dimensionale, sondern eine 3-dimensionale Ansicht. In der Standardeinstellung zu diesem Projekt zeigt die x-Achse nach vorne, die y-Achse nach rechts und die z-Achse nach oben. Außerdem liegt ein rein elektrisches Feld von gleicher Stärke in x- und y-Richtung an.